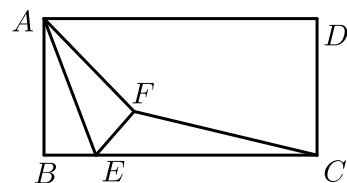


独当一面

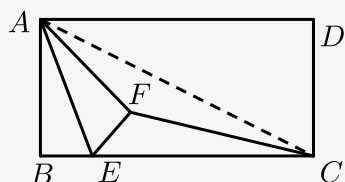
1. 2018~2019学年12月陕西西安雁塔区西安高新逸翠园中学初三上学期月考第16题 ★★

如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 6$ ，在 BC 边上取一点 E ，沿直线 AE 把矩形的一角折叠得 $\triangle AEF$ ，连接 CF ，则 CF 的最小值为 _____。



【答案】 $2\sqrt{13} - 4$

【解析】 连 AC ，



则 $CF \geq AC - AF$ ，

$\because AC = 2\sqrt{13}$ ， $AF = AB = 4$ ，

$\therefore CF_{\min} = 2\sqrt{13} - 4$ 。

【标注】 【思想】数形结合思想

【能力】运算能力

【能力】推理论证能力

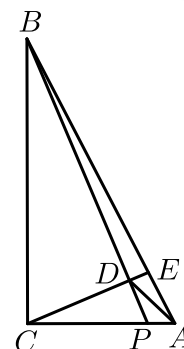
【知识点】矩形的性质

【知识点】轴对称的定义

【知识点】其它翻折问题

2. ★★★

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 2$ ， $BC = 4$ ， P 是线段 AC 上一个动点，连接 BP ，过 C 作 $CD \perp BP$ 于 D ，交 AB 于 E ，连接 AD ，则线段 AD 的最小值是 _____。



【答案】 $2\sqrt{2} - 2$

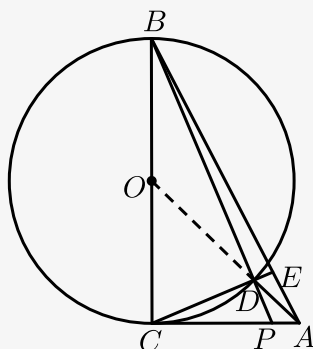
【解析】 $\because CD \perp BP$,

$\therefore \angle CDB = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 D 总在以 BC 为直径的圆上,

$\therefore$ 线段 AD 的长为点 A 到圆上点 D 的距离,

$\therefore$ 当点 D 为 OA 与圆的交点时, 线段 AD 最短, 如图,



$\because \angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2$, $BC = 4$,

$\therefore OC = 2$,

$\therefore OA = \sqrt{OC^2 + CA^2} = 2\sqrt{2}$,

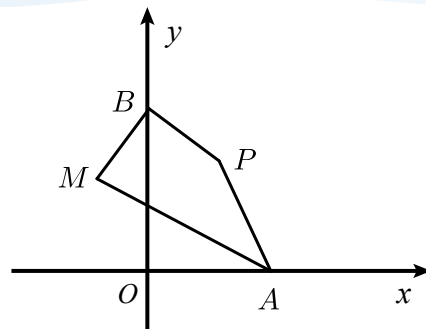
$\therefore AD = OA - OD = 2\sqrt{2} - 2$,

即线段 AD 存在最小值, 最小值为 $2\sqrt{2} - 2$.

【标注】 【知识点】圆中最值

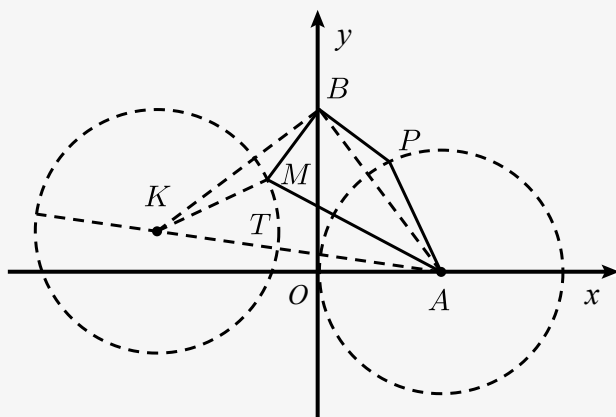
3. 2020~2021学年湖北武汉硚口区初三上学期期中第16题3分 ★★★

如图, 已知 $A(3, 0)$, $B(0, 4)$, 点 P 是第一象限内一动点, $AP = 3$, 点 M 是点 P 绕点 B 顺时针旋转 90° 的对应点, 则 AM 的最小值是 _____.



【答案】 $5\sqrt{2} - 3$

【解析】



由 $AP = 3$ ，则 P 在 $\odot A$ 上， $r = 3$ ，

P	$\underline{r = 3}$	$\odot A$	$\Rightarrow M$ 在 $\odot K$ 上， $r = 3$.
$\downarrow$	绕 B 顺	$\downarrow$	
M	$\underline{r = 3}$	$\odot K$	

以 AB 为边构等腰 $\text{Rt}\triangle BKA$ ， $BK = BA$ ，

三垂直得 $K(-4, 1)$ ，

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle KBM$ (SAS)，

$\therefore KM = AP = 3$ ，

即 M 在 $\odot K$ 上， $r = 3$.

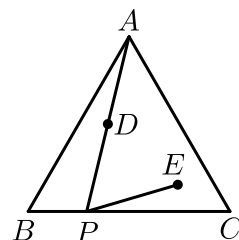
如图，连接 AK 交 $\odot K$ 于 T ， AT 即为所求，

$$\begin{aligned} AT &= AK - KT \\ &= 5\sqrt{2} - 3 . \end{aligned}$$

【标注】【知识点】瓜豆原理（轨迹与最值）：轨迹为弧

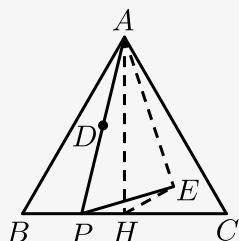
4. ★★★★★

如图，等边三角形 ABC 的边长为 4，动点 P 从点 B 出发沿 BC 向点 C 运动， D 是 AP 中点，将线段 DP 绕点 P 按顺时针方向旋转 60° 得线段 EP ，那么，在整个运动过程中，点 E 经过的路径长是 _____ .



【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】 作 $AH \perp BC$ 于 H ，连接 AE 、 EH ，则 $AB = 2BH$ ， $AP = 2PE$ ， $\angle B = \angle APE = 60^\circ$ ，



$$\therefore \triangle ABH \sim \triangle APE,$$

$$\therefore \angle BAH = \angle PAE,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle HAE,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle AHE,$$

$$\therefore \angle AHE = \angle B = 60^\circ, \quad \frac{HE}{BP} = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 运动的路径是一条线段, } HE = \frac{\sqrt{3}}{2} BP,$$

当点 P 从 B 点运动到 C 点时，点 E 运动的路径是线段 HE 的长，

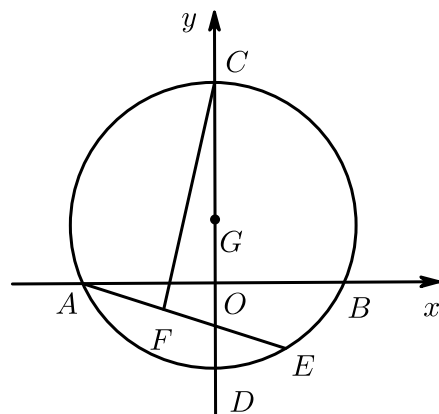
$$HE = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3},$$

$\therefore$ 点 E 所经过的路径长是 $2\sqrt{3}$ 。

【标注】【知识点】瓜豆原理（轨迹与最值）：轨迹为直线

5. ★★★★★

如图，以 $G(0,1)$ 为圆心，半径为 2 的圆与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 、 D 两点，点 E 为 $\odot G$ 上一动点， $CF \perp AE$ 于 F ，当点 E 从 B 点出发顺时针运动到 D 点时，点 F 经过的路径长为 _____。



在平面直角坐标系中， O 为原点，点 $A(-4,0)$ ，点 $B(0,4)$ ，将 $\triangle ABO$ 绕点 O 顺时针旋转，得 $\triangle A'B'O$ ，记旋转角为 α ，直线 AA' 与直线 BB' 相交于点 P 。

(1) 如图1，当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时，求证： $AP \perp BP$ 。

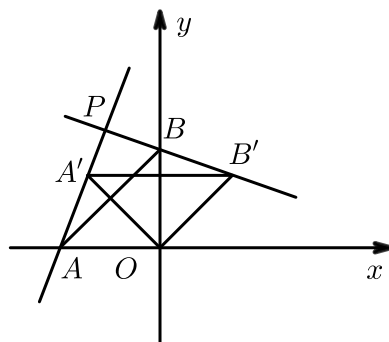


图1

(2) 如图2，当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时，求证： $AP \perp BP$ 。

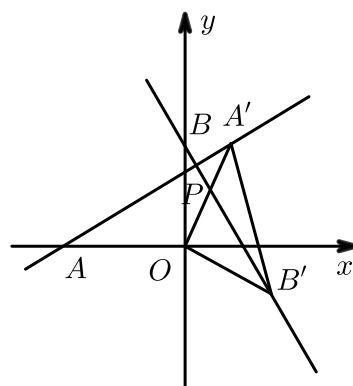


图2

(3) 求点 P 的纵坐标的最大值与最小值（直接写出结果即可）。

【答案】 (1) 证明见解析。

(2) 证明见解析。

(3) 最大值为 $2 + 2\sqrt{2}$ ，最小值为 $2 - 2\sqrt{2}$ 。

【解析】 (1) 如图1， $\because$ 点 $A(-4,0)$ ，点 $B(0,4)$ ，

$$\therefore AB = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore EP = EP' = 2\sqrt{2},$$

$$\because EF \perp OA,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}OA = 2,$$

$$\therefore FP = 2 + 2\sqrt{2}, FP' = 2\sqrt{2} - 2,$$

$$\therefore P \text{ 点的纵坐标为 } 2 + 2\sqrt{2}, \text{ 点 } P' \text{ 的纵坐标为 } 2 - 2\sqrt{2},$$

即点 P 的纵坐标的最大值为 $2 + 2\sqrt{2}$, 最小值为 $2 - 2\sqrt{2}$.

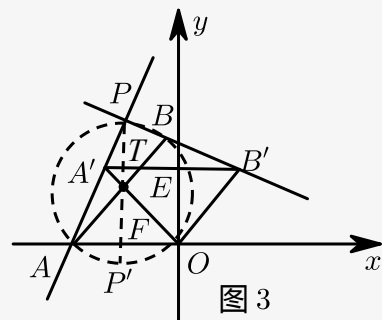


图 3

【标注】【知识点】点与圆的位置关系；圆中最值